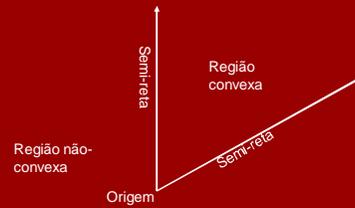


ÂNGULOS

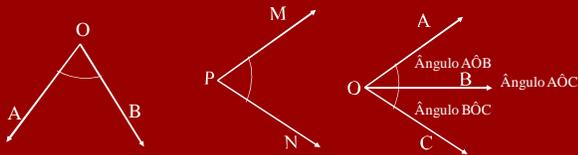
Ângulo



Ângulo: É a figura formada por duas semi - retas com a mesma origem.

Observação

Quando não houver dúvida quanto ao ângulo a que nos referimos, podemos utilizar uma notação que indica apenas o seu vértice.



Ângulo \hat{O} ou $A\hat{O}B$

Ângulo \hat{P} ou $M\hat{P}N$

Nesse caso, há três ângulos com vértices em O: $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}C$.

Medida de um Ângulo

- Medir um ângulo é determinar a abertura entre seus lados, isto é, compará-la com a abertura de outro ângulo, tomado como unidade.
- A unidade padrão para medir ângulos é o grau.
- Dividindo uma circunferência em 360 partes iguais, cada um dos ângulos centrais obtidos por essa divisão tem como medida 1 grau (1°)

Unidade de Medida

A unidade padrão utilizada para medir um ângulo é o grau, representado pelo símbolo ($^\circ$).

25° → lê-se: vinte e cinco graus.

12° → lê-se: doze graus.

148° → lê-se: cento e quarenta e oito graus.

Submúltiplos do Grau

Os submúltiplos do grau são:

Minuto ($'$)

Segundo ($''$)

Exemplos:

$18'$ → lê-se: dezoito minutos.

$12''$ → lê-se: doze segundos.

$49'$ → lê-se: quarenta e nove minutos.

$9''$ → lê-se: nove segundos.

Medida

$$1 \text{ grau} = 60 \text{ minutos} \longrightarrow (1^{\circ} = 60')$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos} \longrightarrow (1' = 60'')$$

Transformação de Unidades

Temos:

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

Expressar $15^{\circ} 12'$ em minutos.

$$15^{\circ} = (15 \times 60)' = 900'$$

$$900' + 12' = 912'$$

Exemplos

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

Expresse em segundos
 $12^{\circ} 20' 14''$

$$12^{\circ} = (12 \times 60)' = 720'$$

$$720' + 20' = 740'$$

$$740' = (740 \times 60)'' = 44400''$$

$$44400'' + 14'' = 44414''$$

Exemplos

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

Expresse em segundos
 $10^{\circ} 12' 10''$

$$10^{\circ} = (10 \times 60)' = 600'$$

$$600' + 12' = 612'$$

$$612' = (612 \times 60)'' = 36720''$$

$$36720'' + 10'' = 36730''$$

Transformação de Unidades

Temos:

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

Expressar $120'$ em graus.

$$120' : 60 = 2^{\circ}$$

Exemplos

Temos:

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^{\circ} = 3600''$$

1 Expressar $300'$ em graus.

$$300' : 60 = 5^{\circ}$$

2 Expressar $420'$ em graus.

$$420' : 60 = 7^{\circ}$$

Transforme em Graus e Minutos

- Divida os minutos por 60 para obter os graus.
- O resto, se existir, serão os minutos.

Exemplo: Transforme 85' em graus

$$\begin{array}{r|l} 85' & 60 \\ \hline -60 & \\ \hline 25' & 1^\circ \end{array}$$

Logo: $85' = 1^\circ 25'$

Transforme em Graus e Minutos

- Divida os minutos por 60 para obter os graus.
- O resto, se existir, serão os minutos.

Exemplo: Transforme 793' em graus

$$\begin{array}{r|l} 793' & 60 \\ \hline -60 & \\ \hline 193' & 13^\circ \\ \hline 180' & \\ \hline 13' & \end{array}$$

Logo: $793' = 13^\circ 13'$

Transforme em Graus e Minutos

- Divida os minutos por 60 para obter os graus.
- O resto, se existir, serão os minutos.

Exemplo: Transforme 1000' em graus

$$\begin{array}{r|l} 1000' & 60 \\ \hline -60 & \\ \hline 400' & 16^\circ \\ \hline 360' & \\ \hline 40' & \end{array}$$

Logo: $1000' = 16^\circ 40'$

Transforme em Graus, Minutos e Segundos

- Divida os segundos por 60 para obter os minutos.
- O resto, se existir, serão os segundos.
- Se os segundos forem igual o maior que 60, divida novamente por 60 para obter os graus.
- O resto, se existir, serão os minutos.

Exemplo: Transforme 1200" em graus

$$\begin{array}{r|l} 1200'' & 60 \\ \hline 120 & \\ \hline 00'' & 20' \end{array} \rightarrow \text{Menor que 60, não temos graus.}$$

Logo: $1200'' = 20'$

Transforme em Graus, Minutos e Segundos

Exemplo: Transforme 58400" em graus

$$\begin{array}{r|l} 58400'' & 60 \\ \hline 540 & \\ \hline 440'' & 973' \\ \hline 420 & \\ \hline 200'' & \\ \hline 180 & \\ \hline 20'' & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 973' & 60 \\ \hline 60 & \\ \hline 373' & 16^\circ \\ \hline 360 & \\ \hline 13' & \end{array}$$

Logo: $58400'' = 16^\circ 13' 20''$

Transforme em Graus, Minutos e Segundos

Exemplo: Transforme 9864" em graus

$$\begin{array}{r|l} 9864'' & 60 \\ \hline 60 & \\ \hline 386'' & 164' \\ \hline 360 & \\ \hline 264'' & \\ \hline 240 & \\ \hline 24'' & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 164' & 60 \\ \hline 120 & \\ \hline 44' & 2^\circ \end{array}$$

Logo: $9864'' = 2^\circ 44' 24''$

Operações

Adição e Subtração:

•A adição de medidas de ângulos é feita somando segundos com segundos, minutos com minutos e graus com graus.

•**Escrever o resultado na forma mais simples:** É não deixar o minuto e o segundo com medidas maiores ou iguais a 60.

Adição

1

$$12^{\circ} 40' + 10^{\circ} 56'$$

$$\begin{array}{r} 12^{\circ} 40' \\ + 10^{\circ} 56' \\ \hline 22^{\circ} 96' \end{array}$$

Maior que 60

2

Escrevendo na forma mais simples

$$22^{\circ} 96' = 22^{\circ} + (60' + 36')$$

$$60' = 1^{\circ}$$

$$22^{\circ} + 1^{\circ} + 36' = 23^{\circ} + 36' = 23^{\circ} 36'$$

$$22^{\circ} 96' = 23^{\circ} 36'$$

Adição

1

$$12^{\circ} 20' 40'' + 30^{\circ} 50' 45''$$

$$\begin{array}{r} 12^{\circ} 20' 40'' \\ + 30^{\circ} 50' 45'' \\ \hline 42^{\circ} 70' 85'' \end{array}$$

Maiores que 60

2

Escrevendo na forma mais simples

$$\begin{aligned} 42^{\circ} 70' 85'' &= \\ 42^{\circ} + (60' + 10') + (60'' + 25'') &= \\ 1^{\circ} 10' & \quad 1' 25'' \end{aligned}$$

$$43^{\circ} + 11' + 25'' = 43^{\circ} 11' 25''$$

$$43^{\circ} 11' 25''$$

Subtração

1

$$12^{\circ} 40' - 10^{\circ} 36'$$

$$\begin{array}{r} 12^{\circ} 40' \\ - 10^{\circ} 36' \\ \hline 02^{\circ} 04' \end{array}$$

$$12^{\circ} 40' - 10^{\circ} 36' = 2^{\circ} 4'$$

2

$$41^{\circ} - 40^{\circ} 35'$$

$$\begin{array}{r} 41^{\circ} 00' \rightarrow 40^{\circ} 60' \\ - 40^{\circ} 35' \\ \hline 00^{\circ} 25' \end{array}$$

$$41^{\circ} - 40^{\circ} 35' = 25'$$

Subtração

3

$$75^{\circ} 40' 12'' - 40^{\circ} 28' 52''$$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 40' 12'' \\ - 40^{\circ} 28' 52'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 39' 72'' \\ - 40^{\circ} 28' 52'' \\ \hline 35^{\circ} 11' 20'' \end{array}$$

$$75^{\circ} 40' 12'' - 40^{\circ} 28' 52'' = 35^{\circ} 11' 20''$$

Multiplicação

$$2 \cdot (39^{\circ} 15')$$

$$\begin{array}{r} 39^{\circ} 15' \\ \times 2 \\ \hline 78^{\circ} 30' \end{array}$$

$$2 \cdot (39^{\circ} 15') = 78^{\circ} 30'$$

$$3 \cdot (72^{\circ} 30')$$

$$\begin{array}{r} 72^{\circ} 30' \\ \times 3 \\ \hline 216^{\circ} 90' \end{array}$$

$$217^{\circ} 30'$$

$$3 \cdot (72^{\circ} 30') = 217^{\circ} 30'$$

Divisão

Determine o valor de $72^{\circ} 30' : 3$

$$\begin{array}{r|l} 72^{\circ} & 30' \\ \hline 6 & 3' \\ \hline 12^{\circ} & \\ -12^{\circ} & \\ \hline 00^{\circ} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & \\ \hline & 24^{\circ} 10' \end{array}$$

$$72^{\circ} 30' : 3 = 24^{\circ} 10'$$

Divisão

Determine o valor de $39^{\circ} 20' : 4$

$$\begin{array}{r|l} 39^{\circ} & 20' \\ \hline -36 & +180' \\ \hline 3^{\circ} & 200' \\ \times 60 & 20' \\ \hline 180' & 000' \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline & 9^{\circ} 50' \end{array}$$

$$39^{\circ} 20' : 4 = 9^{\circ} 50'$$

Conversão S.I.

Radianos	Graus
2π rad	360°
π rad	180°
$\pi/2$ rad	90°
$\pi/3$ rad	60°
$\pi/4$ rad	45°
$\pi/6$ rad	30°